

Prova Matemática AFA 2000

1. No intervalo $[-1, 100]$, o número de soluções inteiras da inequação $3^x - 8 > 3^{2-x}$ é

- a) 97 b) 98 c) 99 d) 100

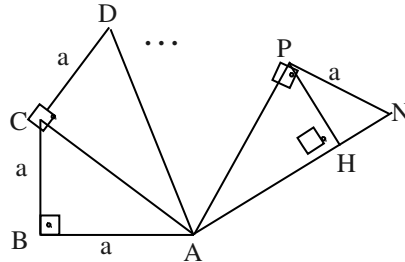
2. Na figura abaixo existem n triângulos retângulos onde ABC é o primeiro, ACD o segundo e APN é o n -ésimo triângulo. A medida do segmento \overline{HN} é

a) $\frac{a\sqrt{n}}{n}$

b) $\frac{a\sqrt{n+1}}{n+1}$

c) $\frac{a\sqrt{n-1}}{n-1}$

d) $\frac{a\sqrt{n+1}}{n}$



3. Considere um triângulo retângulo de catetos b e c , hipotenusa a e altura relativa à hipotenusa h , $h \neq 1$. A alternativa correta é

- a) $\log a + \log b + \log c = \log h$
 b) $\log a - \log b - \log c = \log h$
 c) $\log_h(b^2 - h^2) + \log_h(c^2 - h^2) = 4$
 d) $\log_h(b^2 - h^2) - \log_h(c^2 - h^2) = 4$

4. Os valores de α , $0 \leq \alpha < 2\pi$, que satisfazem a desigualdade $-x^2 + 1/2 < \sin \alpha$, para todo x real, pertencem ao intervalo

- a) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$
 b) $0 < \alpha < \frac{\pi}{6}$
 c) $\frac{5\pi}{6} < \alpha < \pi$
 d) $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{5}{6}\pi$

5. Os valores de x que satisfazem a equação

$$x(x \cotg \alpha - \cos \alpha) = -x + \operatorname{sen} \alpha, \quad 0 < \alpha < \pi/2, \text{ são}$$

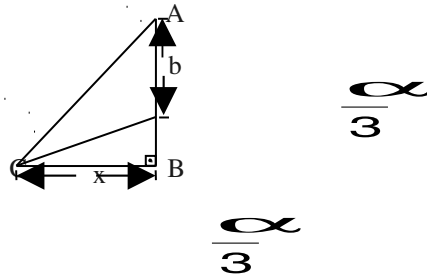
- a) $\operatorname{sen} \alpha$ e $-\operatorname{tg} \alpha$
 b) $\operatorname{sen} \alpha$ e $\cos \alpha$
 c) $\operatorname{tg} \alpha$ e $-\operatorname{cotg} \alpha$
 d) $\sec \alpha$ e $-\operatorname{cossec} \alpha$

6. Simplificando a expressão $\frac{(\operatorname{cossec} x)^2 - 2}{(\operatorname{cossec} x)^2}$, para $\operatorname{cossec} x \neq 0$, obtemos

- a) $\cos x$ b) $\cos^2 x$ c) $\operatorname{sen}^2 x$ d) $\cos 2x$

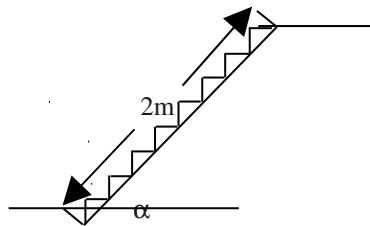
7. Sejam $\operatorname{sen} \frac{\alpha}{3} = a$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, e \overline{CB} um segmento de medida x , conforme a figura abaixo. O valor de x é

- a) $ab \sqrt{1-a}$
 b) $2ab(1-a^2)$
 c) $2ab \sqrt{1-a}$
 d) $2ab \sqrt{1-a^2}$



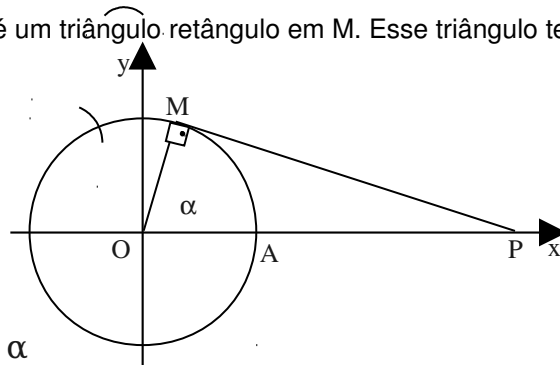
8. O acesso ao mezanino de uma construção deve ser feito por uma rampa plana, com 2m de comprimento. O ângulo α que essa rampa faz com o piso inferior (conforme figura) para que nela sejam construídos 8 degraus, cada um com 21,6 cm de altura, é, aproximadamente, igual a

- a) 15°
 b) 30°
 c) 45°
 d) 60°



9. Na figura abaixo, a circunferência de centro O é trigonométrica, o arco AM tem medida α , $0 < \alpha < \pi/2$, e OMP é um triângulo retângulo em M . Esse triângulo tem por perímetro

- a) $\frac{1 + \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha}$



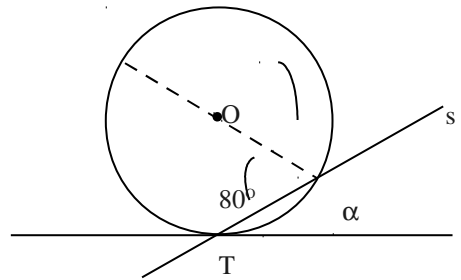
b) $\frac{1 + \text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha}{\text{sen } \alpha}$

c) $\frac{1 + 2 \text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha}{\text{cos } \alpha}$

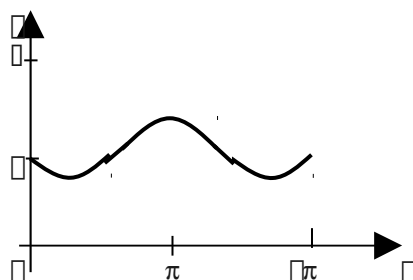
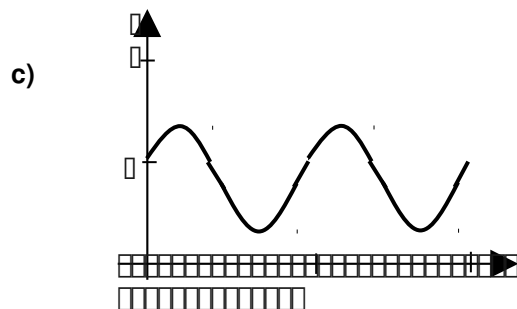
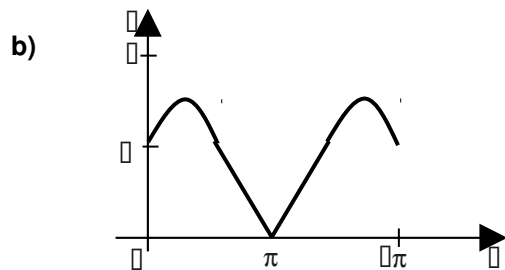
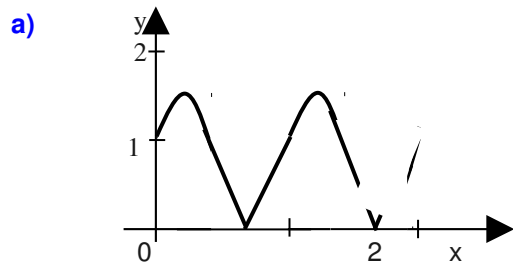
d) $\frac{1 + \text{sen } 2\alpha + \text{cos } \alpha}{\text{sen } \alpha}$

10. Conforme a figura abaixo, s e t são, respectivamente, retas secante e tangente à circunferência de centro O. Se T é um ponto da circunferência comum às retas tangente e secante, então o ângulo α , formado por t e s, é

- a) 10°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 40°



11. O gráfico que melhor representa a função $y = |\text{sen } x + \text{cos } x|$, com $0 \leq x < 2\pi$, é



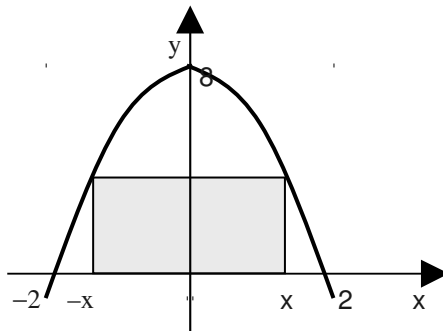
12-O retângulo, com base no eixo das abscissas, está inscrito numa parábola, conforme figura abaixo. O valor de x que faz esse retângulo ter perímetro máximo é

a) 1

b) 0,5

c) 0,25

d) 0,125



13-A quantidade de pares de retas reversas que contêm as arestas de um cubo é

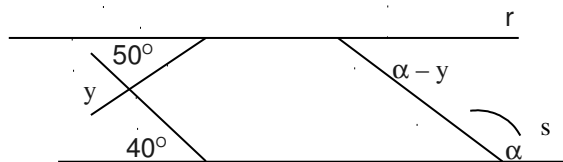
a)12

b)24

c) 36

d) 48

14-Sejam r e s retas paralelas. A medida do ângulo α , na figura abaixo, é



a)115°

b) 125°

c)135°

d) 145°

15)A equação reduzida da hipérbole, cujos focos são os extremos do eixo menor da elipse de equação $16x^2 + 25y^2 = 625$, e cuja excentricidade é igual ao inverso da excentricidade da elipse dada, é

a) $16y^2 - 9x^2 = 144$ b) $9y^2 - 16x^2 = 144$ c) $9x^2 - 16y^2 = 144$ d) $16x^2 - 9y^2 = 144$

16)O volume, em cm^3 , do octaedro regular inscrito numa esfera com volume $36\pi \text{ cm}^3$ é

a)18

b-36

c- 54

d-72

17)A soma dos quadrados das raízes da equação $x^3 - 2x^2 - 4x + 1 = 0$ é

a-10

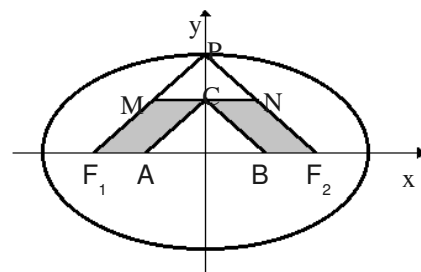
b- 11

c- 12

d- 14

18)Na figura abaixo, F_1 e F_2 são focos da elipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. O ponto C, de coordenadas $(0, \frac{3}{2})$, pertence ao segmento \overline{MN} . Os segmentos \overline{AC} , \overline{CB} e \overline{MN} são, respectivamente, paralelos aos segmentos $\overline{F_1P}$, $\overline{PF_2}$ e $\overline{F_1F_2}$. A área da figura sombreada, em unidades de área, é

a-3 b-6 c- 9 d- 12





18) A circunferência $x^2 + y^2 = 5$ possui duas retas tangentes t_1 e t_2 que são paralelas à reta $r: y = -2x + 3$. As equações gerais das retas t_1 e t_2 , respectivamente, são

- e) $2x + y - 5 = 0$ e $2x + y + 5 = 0$
 f) $2x + y - 15 = 0$ e $2x + y + 15 = 0$
 g) $2x + y - 5\sqrt{5} = 0$ e $2x + y + 5\sqrt{5} = 0$
 h) $2x + y - \frac{4\sqrt{5}}{5} = 0$ e $2x + y + \frac{4\sqrt{5}}{5} = 0$

19) A reta $\frac{x}{a} - \frac{y}{a} = 1$, $a > 0$, intercepta os eixos coordenados x e y nos pontos P e Q , respectivamente. A equação geral da circunferência tangente ao eixo x no ponto P e tangente ao eixo y no ponto Q é

- i) $x^2 + y^2 - 2ax + 2ay + a^2 = 0$
 j) $x^2 + y^2 + 2ax - 2ay + a^2 = 0$
 k) $x^2 + y^2 + 2ax + 2ay + a^2 = 0$
 l) $x^2 + y^2 - 2ax - 2ay + a^2 = 0$

20) O valor de $\cotg(\arcsen \frac{2\sqrt{2}}{3})$ é

- m) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 n) $2\sqrt{2}$
 o) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
 p) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

21) A reta $s: y = -x + 4$ intercepta a circunferência $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ nos pontos P e Q . Se O é o centro de C , então a área do triângulo OPQ , em unidades de área, é

- q) 4
 r) 5
 s) 4,5
 t) 5,5

22) A soma de todos os valores reais que satisfazem a equação

- u) $\frac{17}{4}$
 v) $\frac{33}{4}$
 w) $\frac{65}{4}$
 x) $\frac{129}{4}$
- $$x^{\log x} = 16x, x > 0, \text{ é}$$

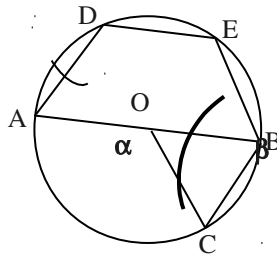
23) Na figura, O é o centro da circunferência de raio r , $AD = DE = EB = r$ e α é o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 9h25min. O valor do ângulo $\beta = \widehat{CBE}$ é

y) 120°

z) $119,45^\circ$

aa) $126,25^\circ$

bb) $132,50^\circ$



24) O termo independente de x no desenvolvimento de $\left(x^4 + \frac{1}{x^3}\right)^7$ é

a-4 b-10 c-21 d-35

25) Colocam-se em ordem crescente todos os números com 5 algarismos distintos, sem repetição, formados com 2, 4, 5, 7 e 8. A posição do número 72584 é

a-76^a b-78^a c-80^a d-82^a

26) Seja S o espaço amostral de um experimento aleatório e A um evento de S . A probabilidade de ocorrer o evento A é dada por $P(A) = \frac{n-10}{4}$. O número máximo de elementos de A é

a-10 b-11 c-14 d-15

27) Sejam a e b números naturais diferentes de zero.

I) Se f é uma função tal que $f(a+b) = f(a) + f(b)$, então $f(a \cdot b) = a \cdot f(b)$

II) Se $\log(a+b) = \log a + \log b$, então $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

III) Se para todo x real a função

$$f(x^{-1}) = \frac{1}{f(x)}, \text{ então } f\left(\frac{a}{b}\right) = f\left(\frac{b}{a}\right)$$

Considerando (V) verdadeiro e (F) falso, as assertivas acima são, respectivamente

a- V, V, V b- F, V, V c- V, F, F d- V, V, F

28) O sistema

$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ 2x + 5y - 3z = b \end{cases}$$

é indeterminado para

a- $a \neq 6$ e $b = 5$ b- $a = 6$ e $b = 5$ c- $a = 6$ e $b \neq 5$ d- $a \neq 6$ e $b \neq 5$

29) Sejam A uma matriz quadrada de ordem 3, $\det A = d$, $\det(2A \cdot A^t) = 4k$, onde A^t é a matriz transposta de A, e d é a ordem da matriz quadrada B. Se $\det B = 2$ e $\det 3B = 162$, então o valor de $k + d$ é

a- 4 b- 8 c- 32 d- 36

30) A soma dos treze primeiros termos da progressão geométrica $(2i, -2, \dots)$, onde $i = \sqrt{-1}$, é

a) 0 b) $2i$ c) $-2i$ d) $2i$ e) -2

31) A diferença entre os quadrados de dois números naturais é 27. Um dos possíveis valores do quadrado da soma desses dois números é

a- 529 b- 625 c- 729 d- 841

32) Se $x \in \mathbb{R}$ e $7^{5x} = 243$, então 7^{-3x} é igual a

a- $1/3$ b- $1/9$ c- $1/27$ d- $1/81$

33) Se a soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética (PA) é dada pela fórmula

$$S_n = \frac{3n^2 + n}{2}, \text{ então a soma do quarto com o sexto termo dessa PA é}$$

a- 25 b- 28 c- 31 d- 34

34) Seja $A_{n,p}$ o número de arranjos simples de n elementos distintos, tomados p a p. A equação $A_{n,3} = 6n$ tem como solução

a-uma raiz nula. b-uma raiz positiva. c- duas raízes positivas. d- uma raiz positiva e outra negativa.

35)Seja $P(x)$ um polinômio de grau 4 com coeficientes reais. Na divisão de $P(x)$ por $x-2$, obtém-se um quociente $Q(x)$ e resto igual a 26. Na divisão de $P(x)$ por $x^2 + x - 1$, obtém-se um quociente $H(x)$ e resto $8x - 5$. Se $Q(0) = 13$ e $Q(1) = 26$, então $H(2) + H(3)$ é igual a

- a)0 b)16 c)47 d)28

36)Considere $T(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\text{sen } \alpha \\ \text{sen } \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$ matriz quadrada definida para todo α real. Sendo $\text{cof}(T(\alpha))$ e $\det(T(\alpha))$, respectivamente, a matriz cofatora e o determinante da matriz $T(\alpha)$, é correto afirmar que

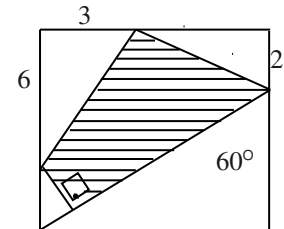
- a) $T(-\alpha) = -T(\alpha)$ b) $\text{cof } T(\alpha) = T(-\alpha)$ c) $T(-\alpha) = (T(\alpha))^{-1}$ d) $\det(T(2\alpha)) = 4 \det(T(\alpha))$

37)Se f e g são funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} definidas por $f(3x+2) = \frac{3x-2}{5}$ e $g(x-3) = 5x - 2$, então $f(g(x))$ é

- a) $\frac{x-4}{5}$ b) $\frac{5x+9}{5}$ c) $5x + 13$ d) $\frac{5x+11}{5}$

38)A figura abaixo representa um quadrado de 8 cm de lado. A área, em cm^2 , da figura hachurada é

- a)23,02 b)24,01 c)25,04 d) 26,10



39)Os números inteiros do domínio da função real $f(x) = \sqrt{(5+2x) \cdot (2-3x)}$ são as raízes da equação $g(x) = 0$. Uma expressão analítica da função $g(x)$ é

- a) $x^2 + x^2 + 2x$ b) $x^3 + x^2 - 2x$ c) $x^3 - 3x^2 + 2x$ d) $x^3 + 3x^2 + 2x$